

תשובות לשאלות – מימון ב' – סמטר ב' – תשס"ז

שאלה 1: קריטריון תוחלת התשואה

נתונים 2 פרויקטים A ו-B, המוציאים זה את זה, אשר עלות כל אחד מהם - 100 ₪.

<u>B</u>		<u>A</u>	
<u>הסתברות</u>	<u>רווח (₪)</u>	<u>הסתברות</u>	<u>רווח (₪)</u>
0.4	0	0.4	10
0.4	20	0.4	15
0.2	30	0.2	20

א. איזה פרויקט יבחר לפי קריטריון תוחלת התשואה?

פתרון:

(א) תוחלת התשואה

$$E(A) = 0.4 * 10 + 0.4 * 15 + 0.2 * 20 = 14 \quad \text{פרויקט A :}$$

$$E(B) = 0.4 * 0 + 0.4 * 20 + 0.2 * 30 = 14 \quad \text{פרויקט B :}$$

עפ"י קריטריון תוחלת התשואה - נהיה אדישים בין הפרוייקטים.

שאלה 2: קריטריון תוחלת התשואה

נתונים 2 פרויקטים A ו-B, המוציאים זה את זה, אשר עלות כל אחד מהם - 100 ₪.

<u>B</u>		<u>A</u>	
<u>הסתברות</u>	<u>רווח (₪)</u>	<u>הסתברות</u>	<u>רווח (₪)</u>
0.4	0	0.4	10
0.4	10	0.4	15
0.2	30	0.2	20

א. איזה פרויקט יבחר לפי קריטריון תוחלת התשואה?

ב. בכמה צריך לגדול הרווח של B במצב העולם הבינוני בכדי שהוא יבחר?

פתרון:

(א) תוחלת התשואה

$$E(R_A) = 0.4 \times 10 + 0.4 \times 15 + 0.2 \times 20 = 14 \quad \text{פרוייקט A :}$$

$$E(R_B) = 0.4 \times 0 + 0.4 \times 10 + 0.2 \times 30 = 10 \quad \text{פרוייקט B :}$$

עפ"י קריטריון תוחלת התשואה – פרוייקט A עדיף.

(ב) יהי X הגידול הרווח שיביא לתוחלת תשואה של 14:

$$E(R_B) = 0.4 \times 0 + 0.4 \times (10 + X) + 0.2 \times 30 = 14$$

$$\Rightarrow X = 10$$

כלומר, נבקש גידול של לפחות 10.

שאלה 3: קריטריון תוחלת התשואה

נתונים 2 פרויקטים A ו-B, המוציאים זה את זה, אשר עלות כל אחד מהם - 200 ₪.

<u>B</u>		<u>A</u>	
<u>הסתברות</u>	<u>רווח (₪)</u>	<u>הסתברות</u>	<u>רווח (₪)</u>
0.6	10	0.5	10
0.4	30	0.4	20
		0.1	30

- איזה פרוייקט יבחר על פי קריטריון תוחלת התשואה?
- בכמה צריך להשתנות הרווח של B במצב העולם הטוב ביותר בכדי שהוא יבחר? סעיפים שלא ניתנו לכיתה:
- איזה פרוייקט יבחר על פי קריטריון תוחלת הרווח?
- בכמה צריך להשתנות הרווח של B במצב העולם הטוב ביותר בכדי ש-A יבחר?

פתרון:
(א) תוחלת התשואה

נחשב תחילה את התשואות של הפרוייקטים:

תשואה = רווח להשקעה

<u>B</u>		<u>A</u>	
<u>תשואה</u>	<u>רווח (₪)</u>	<u>תשואה</u>	<u>רווח (₪)</u>
$10 / 200 = 0.05$	10	$10 / 200 = 0.05$	10
$30 / 200 = 0.15$	30	$20 / 200 = 0.10$	20
		$30 / 200 = 0.15$	30

$$E(R_A) = 0.5 \times 0.05 + 0.4 \times 0.1 + 0.1 \times 0.15 = 0.08 \quad \text{פרוייקט A :}$$

$$E(R_B) = 0.6 \times 0.05 + 0.4 \times 0.15 = 0.09 \quad \text{פרוייקט B :}$$

עפ"י קריטריון תוחלת התשואה - נהיה אדישים בין הפרוייקטים.

(ב) היות ול-B תוחלת תשואה גבוהה יותר, הרי שהרווח לא צריך להשתנות.

(ג) תוחלת הרווח:

$$E(R_A) = 0.5 \times 10 + 0.4 \times 20 + 0.1 \times 30 = 16 \quad \text{פרוייקט A :}$$

$$E(R_B) = 0.6 \times 10 + 0.4 \times 30 = 18 \quad \text{פרוייקט B :}$$

עפ"י קריטריון תוחלת הרווח - נהיה אדישים בין הפרוייקטים.

(ד) יהי X השינוי ברווח שיביא לתוחלת תשואה של 16:

$$E(R_B) = 0.6 \times 10 + 0.4 \times (30 + X) = 16$$

$$\Rightarrow X = -5$$

כלומר, נחפש קיטון של לפחות 5.

שאלה 5

לפרט 100 ₪. פונקצית התועלת שלו:

עושר	תועלת
49	7
64	8
81	9
100	10
121	11

א. מהי תוחלת התועלת של הימור שעלותו 100 ₪, ובו

יפסיד 36 ₪ בהסתברות 0.4

וירוויח 21 ₪ בהסתברות 0.6?

ב. אם על פי קריטריון תוחלת התועלת כדאי לו לרכוש ההימור?

פתרון:

א. תוחלת התועלת שלו מההימור הינה 9.8 יחידות תועלת.

$$\begin{aligned} E(U) &= 0.4 \times U(100 - 36) + 0.6 \times U(100 + 21) = \\ &= 0.4 \times U(64) + 0.6 \times U(121) = \\ &= 0.4 \times 8 + 0.6 \times 11 = 9.8 \end{aligned}$$

ב. התועלת שלו מה-100 שם שברשותו הינה 10 יחידות תועלת:

$$U(100) = 10$$

היות ותוחלת התועלת מביצוע ההימור (9.8 יחידות תועלת) נמוכה מהתועלת של עלות ההימור (10 יחידות תועלת), הרי שלא כדאי לו לרכוש ההימור.

$$U(100) = 10 > E(U) = 9.8$$

שאלה 6

לפרט 100 שם. פונקצית התועלת שלו:

$$U(W) = W^{1/2}$$

א. מהי תוחלת התועלת של הימור שעלותו 100 שם, ובו

יפסיד 36 שם בהסתברות 0.4

וירוויח 21 שם בהסתברות 0.6?

ב. אם על פי קריטריון תוחלת התועלת כדאי לו לרכוש ההימור?

פתרון:

התשובות לשאלה 6 זהות לתשובות לשאלה 5, היות ופונקצית התועלת בשתי השאלות זהה:

הטבלה שמופיעה בשאלה 5 נבנתה על בסיס פונקצית התועלת שבשאלה 6. כך למשל, התועלת מ-49 שם הינה 7 יחידות תועלת.

$$U(W) = W^{1/2}$$

$$U(49) = 49^{1/2} = 7$$

שאלה 7

לפרט 1,000 שם

פונקצית התועלת שלו:

עושר	תועלת
900	6.80
1,000	6.91
1,100	7.00
1,200	7.09

א. מהי תוחלת התועלת של הימור שעלותו 1,000 ₪, ובו
 יפסיד 100 ₪ בהסתברות 0.5
 וירוויח 200 ₪ בהסתברות 0.5?
 ב. אם על פי קריטריון תוחלת התועלת כדאי לו לרכוש ההימור?

פתרון:

א. תוחלת התועלת שלו מההימור הינה 6.95 יחידות תועלת.

$$\begin{aligned} E(U) &= 0.5 \times U(1,000 - 100) + 0.5 \times U(1,000 + 200) = \\ &= 0.5 \times U(900) + 0.5 \times U(1,100) = \\ &= 0.5 \times 6.80 + 0.5 \times 7.09 = 6.95 \end{aligned}$$

ב. התועלת שלו מה- 1,000 ₪ שברשותו הינה 6.91 יחידות תועלת:

$$U(1,000) = 6.91$$

היות ותוחלת התועלת מביצוע ההימור (6.95 יחידות תועלת) גבוהה מהתועלת של עלות
 ההימור (6.91 יחידות תועלת), הרי שכדאי לו לרכוש ההימור.

$$U(1,000) = 6.91 < E(U) = 6.95$$

שאלה 8

לפרט 1,000 ₪

פונקציית התועלת שלו:

$$U(W) = \ln(W)$$

א. מהי תוחלת התועלת של הימור שעלותו 1,000 ₪, ובו
 יפסיד 100 ₪ בהסתברות 0.5
 וירוויח 200 ₪ בהסתברות 0.5?
 ב. אם על פי קריטריון תוחלת התועלת כדאי לו לרכוש ההימור?

פתרון:

התשובות לשאלה 8 זהות לתשובות לשאלה 7, היות ופונקציית התועלת בשתי השאלות
 זהה:

הטבלה שמופיעה בשאלה 7 נבנתה על בסיס פונקציית התועלת שבשאלה 8. כך למשל,
 התועלת מ- 900 ₪ הינה 6.80 יחידות תועלת.

$$\begin{aligned} U(W) &= \ln(W) \\ U(900) &= \ln(900) = 6.80 \end{aligned}$$

שאלה 9

נתונים 2 פרויקטים A ו-B, המוציאים זה את זה, אשר עלות כל אחד מהם - 100 ₪.

<u>B</u>		<u>A</u>	
<u>הסתברות</u>	<u>רווח (₪)</u>	<u>הסתברות</u>	<u>רווח (₪)</u>
0.4	0	0.4	10
0.4	10	0.4	15
0.2	30	0.2	20

איזה פרויקט יבחר על פי קריטריון תוחלת התועלת, אם למשקיע פונקציית התועלת הבאה:

$$U(W) = W^{0.3}$$

פתרון:

פרויקט A :

רווח	עושר	הסתברות	תועלת
10	110	0.4	$U(110) = 110^{0.3} = 4.10$
15	115	0.4	4.15
20	120	0.2	4.20

תוחלת התועלת של A : 4.14

פרויקט B :

רווח	עושר	הסתברות	תועלת
0	100	0.4	$U(100) = 100^{0.3} = 3.98$
10	110	0.4	$U(110) = 110^{0.3} = 4.10$
30	120	0.2	4.31

תוחלת התועלת של B : 4.09

מסקנה: נבחר בפרויקט B

שאלה 10

נתונה פונקציית התועלת:

$$U(W) = E(W) - \frac{\sigma^2}{2}$$

משקיע שוקל להשקיע באחד משני הנכסים הבאים, A או B:

<u>B</u>	<u>A</u>	
0.16	0.1	תוחלת העושר $E(W)$ (אלפי ₪)
40	X	סטיית תקן (σ) (%)

מהי סטיית התקן של נכס A אם ידוע כי המשקיע אדיש בין השקעה בשני הנכסים?

א. 2%

ב. 4%

ג. 16%

ד. 20%

ה. אף תשובה אינה נכונה. התשובה הנכונה הינה _____.

פתרון:

$$U_A(W) = U_B(W)$$

$$E_A(W) - \frac{\sigma_A^2}{2} = E_B(W) - \frac{\sigma_B^2}{2}$$

$$0.1 - \frac{\sigma_A^2}{2} = 0.16 - \frac{0.4^2}{2}$$

$$0.1 - \frac{\sigma_A^2}{2} = 0.08$$

$$\frac{\sigma_A^2}{2} = 0.02$$

$$\sigma_A^2 = 0.04$$

$$\sigma_A = \sqrt{0.04} = 0.2$$

שאלה 11

משקיע שהונו 0 ₪ אדיש בין:

- קבלת סכום של 200 ₪ אשר יתן לו תועלת של $U(200)$ יחידות תועלת
- ובין השקעה בעלת ההתפלגות הבאה:

תועלת	הכנסה (₪)	הסתברות
0	0	1/3
$U(200)$	200	1/3
40	400	1/3

1. מצא תועלת המשקיע מ-200 ₪
2. האם המשקיע שונה סיכון?

פתרון:

א.

$$U(200) = 1/3 * 0 + 1/3 * U(200) + 1/3 * 40$$

$$2/3 U(200) = 1/3 * 40$$

$$U(200) = 40/2 = 20$$

ב.

הסתברות	הכנסה (₪)	תועלת	תועלת שולית	שינוי בתועלת שולית
1/3	0	0		
1/3	200	$U(200)=20$	$20 - 0 = 20$	
1/3	400	40	$40 - 20 = 20$	$20 - 20 = 0$

השינוי בשינוי (נגזרת שניה) = 0, ולכן – לא שונה סיכון

או לחילופין:

$$U(200) = 20 \text{ כיוון ש-}$$

$$U(400) = 40 \text{ ו-}$$

$$U(X) = 0.1 X \quad \text{ניתן להסיק כי פונקציית התועלת הינה:}$$

$$u'(X) = 0.1 \quad \text{הנגזרת הראשונה שלה הינה:}$$

$$U''(X) = 0 \quad \text{והנגזרת השניה הינה:}$$

נגזרת ראשונה חיובית, נגזרת שניה - 0 ולכן המשקיע איננו שונה סיכון

(ליתר דיוק - אדיש לסיכון)

שאלה 12

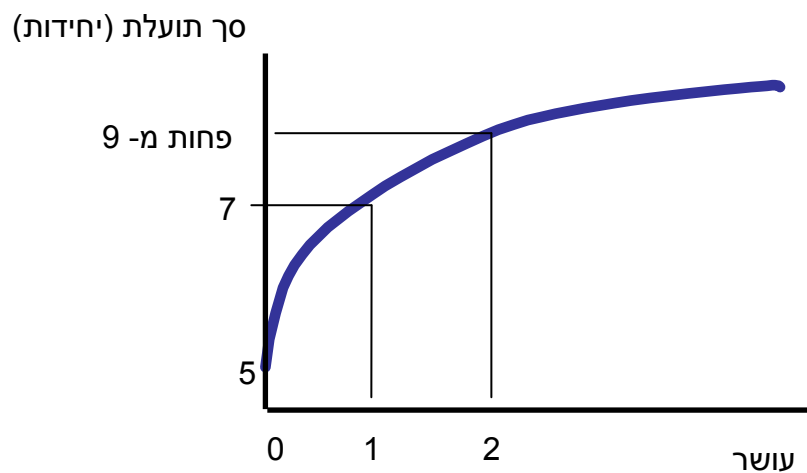
לפרט שונא סיכון יש פונקציית תועלת $U(W)$, שעבורה: $U(0) = 5$ ו- $U(1) = 7$.
מה ניתן לומר על $U(2)$?

פתרון

הפרט שונא סיכון ולכן יש לו תועלת שולית פוחתת. מאחר והשינוי בתועלת בין 0 ו-1 הוא 2
($7-5=2$), הרי התוספת בתועלת בין 1 ו-2 תהייה קטנה מ-2. מכאן כי התועלת מ-2 תהיה
קטנה מ-9: $U(2) < 9$.

$$\frac{V(1)-V(0)}{1-0} > \frac{V(2)-V(1)}{2-1}$$
$$\frac{7-5}{1} > \frac{V(2)-7}{1}$$
$$9 > V(2)$$

ובגרף:



שאלה 13:

להלן נתונים לגבי התועלת של משקיע שונא סיכון מרמות עושר שונות:

תועלת	ש
18	2
21	3
X	4

לפיכך, ערכו של X לא יכול להיות:

1. 22

2. 23

3. 24

4. לא ניתן לקבוע

5. אף תשובה לא נכונה.

פתרון:

פתרון: ג. 24

הכוונה ל- 24 יחידות תועלת. הדבר קשור לשנאת הסיכון, שמשמעה תועלת שולית פוחתת:

ש	תועלת	תועלת שולית
2	18	
3	21	$21 - 18 = 3$
4	X	נמוכה מ-3

כלומר התועלת השולית חייבת להיות נמוכה מ-3 וזה אומר שתשובות בהן התועלת השולית גבוהה מ-3 יחידות תועלת – אינן אפשריות. תשובה שכזו הינה תשובה ג' – בה התועלת השולית בדיוק 3 יחידות ($= 21 - 24$).

שאלה 14

אילו מהמשקיעים הבאים שונא סיכון?

א. $U(X) = 5X$

ב. $U(X) = X^3/9$

א. המשקיע אינו שונא סיכון, כי הנגזרת השניה שווה ל-0:

$$U(X) = 5X$$

$$U'(X) = 5$$

$$U''(X) = 0$$

ב. המשקיע אינו שונא סיכון, כי הנגזרת השניה חיובית – תועלת שולית עולה:

$$U(X) = X^3/9$$

$$U'(X) = 3X^2/9 = X^2/3 > 0$$

$$U''(X) = 2X/3 > 0$$

שאלה 15

נתונים 2 פרויקטים אלטרנטיביים. עושר הפרט לאחר ביצועם יהיה:

<u>ב'</u>		<u>א'</u>	
<u>הסתברות</u>	<u>עושר (ש)</u>	<u>הסתברות</u>	<u>עושר (ש)</u>
1/2	5	2/5	7
1/4	12	1/5	10
1/4	20	2/5	14

א. באיזה פרויקט יבחר הפרט לפי קריטריון תוחלת התועלת אם פונקציית התועלת שלו היא:

$$U(W) = 2W - 0.04W^2$$

ב. עבור פרויקט ב' ההסתברות לעושר של 5 ש' היא 1/2 וההסתברות לעושר של 12 ש' היא 1/4. בכמה על הסתברויות אלה להשתנות על מנת שהמשקיע יהיה אדיש בין הפרוייקטים?

א. פונקציית תועלת:

$$U(W) = 2W - 0.04W^2$$

תוחלת תועלת של פרויקט א':

$$2/5 \times 12.04 + 1/5 \times 16 + 2/5 \times 20.16 = 16.08$$

תוחלת תועלת של פרויקט ב':

$$1/2 \times 9 + 1/4 \times 18.24 + 1/4 \times 24 = 15.06$$

ע"פ תוחלת תועלת יבחר המשקיע בפרויקט א'

ב. ע"מ שהמשקיע יהיה אדיש בין השקעות א' ו ב', על תוחלת התועלת מ ב' להיות שווה לתוחלת התועלת מ א'. מאחר וההסתברות של רווח 20 בהשקעה ב' היא 1/4, סכום ההסתברויות של הרווחים 5, ו 12 הוא 3/4. נקבע: X = הסתברות של רווח 5, ולכן:

$$X \times 9 + (3/4 - X) \times 18.24 + 1/4 \times 24 = 16.08$$

$$X = 0.39$$

לכן ההסתברות של רווח 5 צריכה לרדת ב 0.11 (מ 0.5 ל 0.39), בעוד ההסתברות לרווח של 12 צריכה לעלות ב 0.11 מ 0.25 ל 0.36

שאלה 16

ג'ין אשר עובדת בעיתון חוסכת לחופשה בהוליווד. היא שמעה שמועה לפיה בראד פיט ישתתף במסיבה באחד המועדונים בעיר בלילה הקרוב. לג'ין יש 49 ₪ בארנקה. עלות הכניסה למועדון – 24 ₪. פונקצית התועלת שלה הינה:

$$U(X) = \sqrt{X}$$

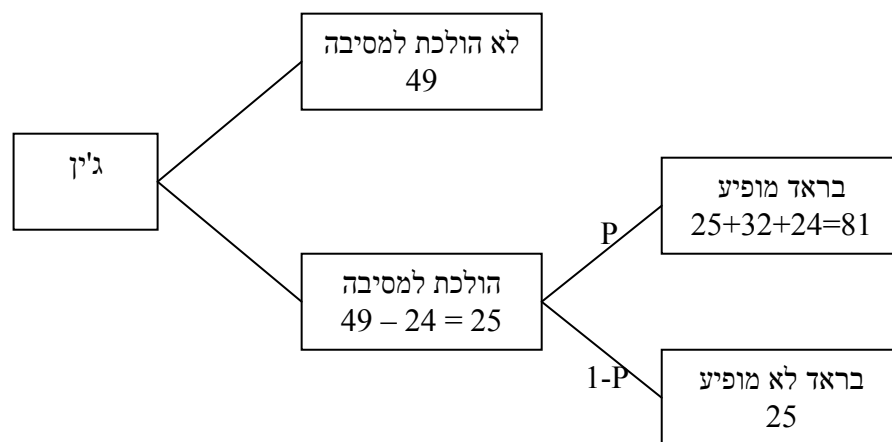
כאשר: W הינו עושר ב- ₪.

במידה ובראד פיט יופיע במסיבה, ג'ין תוכל למכור את התמונה שלו לעיתון תמורת 32 ₪. במקרה זה העיתון יחזיר לה גם את עלות הכניסה למועדון. במידה ובראד לא יופיע, ג'ין לא תקבל חזרה את עלות הכניסה.

בהנחה שג'ין משתמשת בקריטריון תוחלת התועלת בבדיקת כדאיות הכניסה למועדון, מה תוכל לאמר על ההסתברות שבראד פיט יופיע למסיבה?

פתרון:

נראה את ההליכה למסיבה כפרוייקט.



התועלת שלה מהכסף שבארנקה:

$$U(W) = \sqrt{49} = 7$$

כדאי לה להיכנס למועדון אם הכניסה תגדיל את תוחלת התועלת:

$$EU(W) = P \cdot \sqrt{81} + (1 - P) \cdot \sqrt{25} \geq 7$$

$$P \geq 0.5$$

ולכן ההסתברות שהוא יופיע צריכה להיות גבוהה מ- 0.5 (50%).

שאלה 17

נתונים 2 פרויקטים אלטרנטיביים שעלותם 0 ₪ :

<u>B</u>		<u>A</u>	
<u>הסתברות</u>	<u>רווח</u>	<u>הסתברות</u>	<u>רווח</u>
0.5	121	0.5	49
0.5	144	0.5	225

נתון משקיע בעל פונקציית התועלת הבאה $u(x) = \sqrt{x}$.

א. באיזו חלופה יבחר המשקיע לפי קריטריון תוחלת התועלת?

ב. מהו שווה הערך הודאי של כל פרויקט?

ג. מהי פרמיית הסיכון של כל פרויקט?

פתרון:

א.

$Eu(A) = 0.5 * \sqrt{49} + 0.5 * \sqrt{225} = 11$: תוחלת תועלת פרויקט A

$Eu(B) = 0.5 * \sqrt{121} + 0.5 * \sqrt{144} = 11.5$: תוחלת תועלת פרויקט B

עפ"י תוחלת תועלת יבחר משקיע מספר 1 בפרויקט B.

ב.

שווה ערך ודאי:

פרויקט A :

שלב 1. נחשב תוחלת תועלת: (חישובנו ב- א).

תוחלת תועלת = 11 ,

שלב 2: נמצא סכום שתועלתו כמו תוחלת התועלת. זהו שווה הערך הודאי:

$$U(A) = \sqrt{X} = 11$$

$$X = 121$$

שווה ערך ודאי:

פרויקט ב':

תוחלת תועלת = 11.5 ,

סכום שתועלתו כמו תוחלת התועלת:

$$U(B) = \sqrt{X} = 11.5$$

$$X = 132.25$$

שווה ערך ודאי:

ג. פרמיית סיכון:

פרוייקט A:

שלב 1. נחשב תוחלת העושר מהפרוייקט:

$$E(A) = 0.5 * 49 + 0.5 * 225 = 137$$

שלב 2. הפחתת שווה הערך הודאי מתוחלת העושר:

$$RP = 137 - 121 = 16$$

זוהי פרמיית הסיכון

פרוייקט B:

תוחלת עושר מהפרוייקט:

$$E(B) = 0.5 * 121 + 0.5 * 144 = 132.5$$

פרמיית סיכון:

$$RP = 132.5 - 132.25 = 0.25$$

ולכן פרמיית סיכון = 0.25.

שאלה 18

נתונים 2 פרויקטים אלטרנטיביים, שעלותם 0 ₪.

	B	A
רווח	רווח	רווח
הסתברות	הסתברות	הסתברות
0.25	90.1	0.4 54.6
0.75	244.9	0.6 403.5

נתון משקיע בעל פונקציית התועלת הבאה:

$$U(W) = \ln(W)$$

א. באיזו חלופה יבחר המשקיע לפי קריטריון תוחלת התועלת?

ב. מהו שווה הערך הודאי של כל פרוייקט?

ג. מהי פרמיית הסיכון של כל פרוייקט?

פתרון:

א. תוחלת תועלת פרויקט A :

$$\begin{aligned} EU_A(W) &= 0.4 \times \ln(54.6) + 0.6 \times \ln(403.5) = \\ &= 0.4 \times 4 + 0.6 \times 6 = 5.20 \end{aligned}$$

תוחלת תועלת פרויקט B :

$$\begin{aligned} EU_B(W) &= 0.25 \times \ln(90.1) + 0.75 \times \ln(244.9) = \\ &= 0.25 \times 4.50 + 0.75 \times 5.50 = 5.25 \end{aligned}$$

עפ"י תוחלת תועלת יבחר המשקיע בפרויקט B.

ב.

שווה ערך ודאי:

פרויקט A :

שלב 1. נחשב תוחלת תועלת: (חישובנו ב- א).

תוחלת תועלת = 5.20 ,

שלב 2: נמצא סכום שתועלתו כמו תוחלת התועלת. זהו שווה הערך הודאי:

$$\begin{aligned} U(CE_A) &= EU_A(W) \\ U(CE_A) &= \ln(CE_A) = 5.20 \\ \Rightarrow CE_A &= \exp(5.20) = e^{5.2} = 2.718^{5.2} = 181.27 \end{aligned}$$

שווה ערך ודאי: 181.27 ₪

פרוייקט ב':

תוחלת תועלת = ,

סכום שתועלתו כמו תוחלת התועלת:

$$\begin{aligned} U(CE_B) &= EU_B(W) \\ U(CE_B) &= \ln(CE_B) = 5.25 \\ \Rightarrow CE_B &= \exp(5.25) = e^{5.25} = 2.718^{5.25} = 190.57 \end{aligned}$$

שווה ערך ודאי: 190.57 ₪

ג. פרמיית סיכון:

פרוייקט A: שלב 1. נחשב תוחלת העושר מהפרוייקט:

$$E(W_A) = 0.4 \times 54.6 + 0.6 \times 403.5 = 263.94$$

שלב 2. הפחתת שווה הערך הודאי מתוחלת העושר:

$$RP = 263.94 - 181.27 = 82.67$$

זוהי פרמיית הסיכון

פרויקט B:

תוחלת עושר מהפרוייקט:

$$E(W_B) = 0.25 \times 90.1 + 0.75 \times 244.9 = 206.2$$

פרמיית סיכון:

$$RP = 206.2 - 190.57 = 15.63$$

ולכן פרמיית סיכון = 15.63 ₪ .

שאלה 19

משקיע שווה ערך ודאי בגין פרוייקט A

א' 5 ₪

ב' 7 ₪

ג' 9 ₪

אילו מהמשקיעים שונא סיכון במידה הגבוהה ביותר?

א. משקיע א'.

ב. משקיע ב'.

ג. משקיע ג'.

ד. לא ניתן לקבוע על סמך הנתונים שבשאלה.

ה. אף תשובה אינה נכונה. התשובה הנכונה הינה _____.

פתרון: א. משקיע א'

משקיע א', כי יש לו שווה ערך ודאי הנמוך ביותר:

• פרט B יותר שונא סיכון מאשר פרט A אם:

$$CE_B < CE_A$$

שאלה 20

פרמיית סיכון בגין פרוייקט A	משקיע
10 ₪	א'
12 ₪	ב'
14 ₪	ג'

- אילו מהמשקיעים שונא סיכון במידה הגבוהה ביותר?
- א. משקיע א'.
 - ב. משקיע ב'.
 - ג. משקיע ג'.
 - ד. לא ניתן לקבוע על סמך הנתונים שבשאלה.
 - ה. אף תשובה אינה נכונה. התשובה הנכונה הינה _____.

פתרון:

פתרון: ג. משקיע ג', כי יש לו את פרמיית הסיכון הגבוהה ביותר:

- פרט B יותר שונא סיכון מאשר פרט A אם:

$$RP_B > RP_A$$

שאלה 22

"אם פרוייקט F עדיף על פני פרוייקט G לפי קריטריון דומיננטיות סטוכסטית מהמעלה השנייה, הוא עדיף גם על פי קריטריון דומיננטיות סטוכסטית מהמעלה הראשונה".
נכון/לא נכון?

לא נכון.

כאשר הפונקציות של ההסתברות המצטברת חותכות זו את זו יכולה להתקיים עדיפות לפי קריטריון הדומיננטיות הסטוכסטית מהמעלה ה-2 אך עצם החיתוך אינו מאפשר קביעת עדיפות לפי קריטריון הדומיננטיות הסטוכסטית מהמעלה ה-1.

שאלה 23

נתונות שתי ההשקעות הבאות:

ב'		א'	
רווח (₪)	הסתברות	רווח (₪)	הסתברות
3	0.5	6	0.5
6	0.5	9	0.5

איזו השקעה עדיפה על פי קריטריון העדפה הנגלית מסדר 1?

פתרון:

בדיקת הטווח

3 מינימום

9 מקסימום

התפלגות מצטברת			הסתברות		
השקעה B		השקעה A	השקעה B	השקעה A	רווח
0.5	>	0	0.5	0	3
1	>	0.5	0.5	0.5	6
1	=	1	0	0.5	9
			1	1	

ל-A העדפה נגלית מסדר 1 על פני B

שאלה 24

נתונות שתי ההשקעות הבאות:

ב'		א'	
תשואה	הסתברות	תשואה	הסתברות
5%	0.1	4%	0.2
6%	0.3	6%	0.3
7%	0.2	8%	0.4
8%	0.3	10%	0.1
9%	0.1		

א. איזו השקעה עדיפה על פי קריטריון העדפה הנגלית מסדר 1?

ב. איזו השקעה עדיפה על פי קריטריון העדפה הנגלית מסדר 2?

פתרון:

בדיקת הטווח
מינימום 4%
מקסימום 10%

הפרש סכומי התפלגות (המצטברת ב בניכוי א)	סכום של התפלגות מצטברת		התפלגות מצטברת		הסתברות		תשואה		
	פרוייקט ב'	פרוייקט א'	פרוייקט ב'	פרוייקט א'	פרוייקט ב'	פרוייקט א'			
-0.2	0	<	0.2	0	<	0.2	0	0.2	4%
-0.3	0.1	<	0.4	0.1	<	0.2	0.1	0	5%
-0.4	0.5	<	0.9	0.4	<	0.5	0.3	0.3	6%
-0.3	1.1	<	1.4	0.6	>	0.5	0.2	0	7%
-0.3	2	<	2.3	0.9	=	0.9	0.3	0.4	8%
-0.2	3	<	3.2	1	>	0.9	0.1	0	9%
-0.2	4	<	4.2	1	=	1	0	0.1	10%

ב' עדיף הן לפי העדפה נגלית מסדר 1

והן לפי העדפה נגלית מסדר 2

שאלה 25

לתשואת נכס מסוכן ההתפלגות הבאה

תשואה	הסתברות
12%	30%
18%	50%
24%	20%

שער הריבית חסר הסיכון במשק – 6%.

משקיע מעוניין להשקיע בתיק שמורכב 50% - מהנכס המסוכן, 50% - מנכס חסר סיכון.

או לחילופין: בנכס שניב תשואה של 6% בהסתברות 30%, תשואה של 15% בהסתברות 30% ותשואה של 21% בהסתברות 40%.

א. איזו מההשקעות עדיפה לפי דומיננטיות סטוכסטית מסדר 1?

ב. איזו מההשקעות עדיפה לפי דומיננטיות סטוכסטית מסדר 2?

פתרון:

א.

התפלגות תשואת תיק שכולל נכס חסר סיכון ותיק השוק:

תשואה	הסתברות
$0.5 \times 0.12 + 0.5 \times 0.06 = 0.09$	30%
$0.5 \times 0.18 + 0.5 \times 0.06 = 0.12$	50%
$0.5 \times 0.24 + 0.5 \times 0.06 = 0.15$	20%

תיק B		תיק A		
הסתברות	תשואה	הסתברות	תשואה	
0.3	0.06	0.3	0.09	
0.3	0.15	0.5	0.12	
0.4	0.21	0.2	0.15	

התפלגות מצטברת			הסתברות		
השקעה ב'		השקעה א'	השקעה ב'	השקעה א'	
0.3	>	0	0.3	0	0.06
0.3	=	0.3	0	0.3	0.09
0.3	<	0.8	0	0.5	0.12
0.6	<	1	0.3	0.2	0.15
0.6	<	1	0	0	0.18
1	=	1	0.4	0	0.21
1	=	1	0	0	0.24

הערה: נשים לב שהפער בין התשואות הינו 3% - קבוע - ולכן לא חייבים ללכת לפי הטווח המלא של – 19 שורות!

אין השקעה שנותנת יותר בכל המצבים ולכן אף השקעה איננה עדיפה לפי דומיננטיות סטוכסטית מסדר 1.

ב.

השקעה	סכום של התפלגות מצטברת			התפלגות מצטברת			הסתברות	
	השקעה ב'	השקעה א'		השקעה א'	השקעה ב'	השקעה א'		
		השקעה	השקעה					
0.3	>	0	0.3	>	0	0.3	0	0.06
0.6	>	0.3	0.3	=	0.3	0	0.3	0.09
0.9	<	1.1	0.3	<	0.8	0	0.5	0.12
1.5	<	2.1	0.6	<	1	0.3	0.2	0.15
2.1	<	3.1	0.6	<	1	0	0	0.18
3.1	<	4.1	1	=	1	0.4	0	0.21
4.1	<	5.1	1	=	1	0	0	0.24

מכיוון שאין פרוייקט בו הסכום של ההתפלגות המצטברת תמיד נמוך יותר אין פרוייקט עדיף לפי דומיננטיות סטוכסטית מסדר 2.

שאלה 26

דרג את 3 הפרוייקטים שבשקף 18

C		B		A		מצב עולם
P	R	P	R	P	R	
1/10	-20	1/4	-4	1/4	-8	פסימי
6/10	0	1/2	8	1/2	16	ריאלי
3/10	50	1/4	12	1/4	24	אופטימי

על פי:

א. קריטריון תוחלת שונות

ב. קריטריון מקדם ההשתנות

פתרון:

קריטריון תוחלת-שונות:

פרוייקט A :

$$E(R_A) = 0.25 \times -0.08 + 0.5 \times 0.16 + 0.25 \times 0.24 = 0.12 = 12\%$$

$$Var(R_A) = 0.25 \times (-0.08 - 0.12)^2 + 0.5 \times (0.16 - 0.12)^2 + 0.25 \times (0.24 - 0.12)^2 = 0.0144$$

$$\sigma_A = \sqrt{0.0144} = 0.12 = 12\%$$

פרוייקט B:

$$E(R_B) = 0.25 \times -0.04 + 0.5 \times 0.08 + 0.25 \times 0.12 = 0.06 = 6\%$$

$$Var(R_B) = 0.25 \times (-0.04 - 0.06)^2 + 0.5 \times (0.08 - 0.06)^2 + 0.25 \times (0.12 - 0.06)^2 = 0.0036 = 0.36\%$$

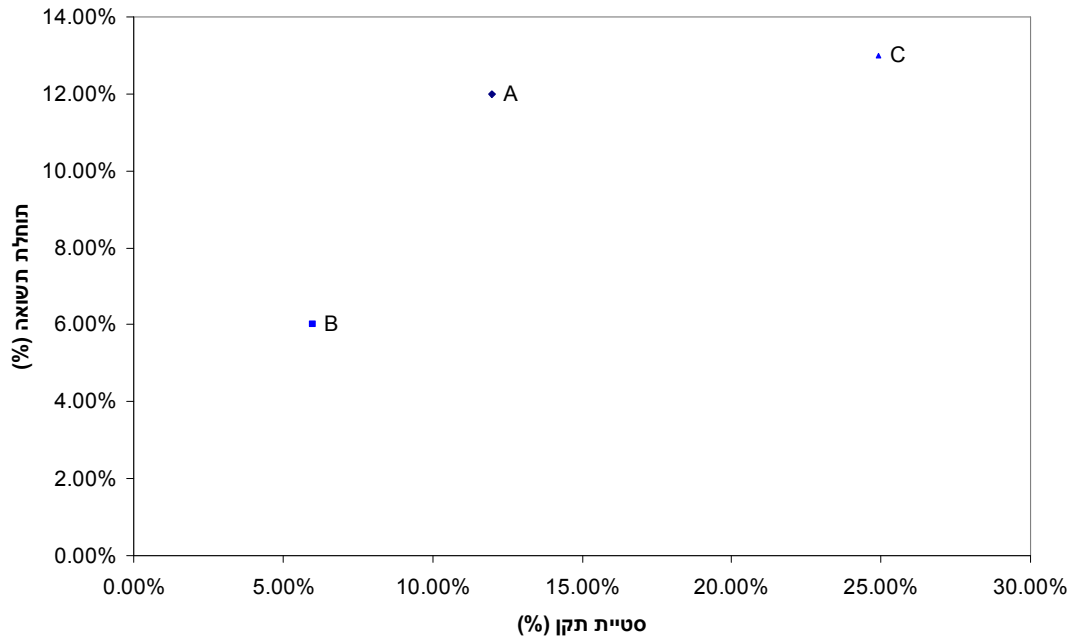
$$\sigma_B = \sqrt{0.0036} = 0.06 = 6\%$$

פרוייקט C:

$$E(R_C) = 0.10 \times -0.2 + 0.6 \times 0 + 0.3 \times 0.5 = 0.13 = 13\%$$

$$Var(R_C) = 0.10 \times (-0.20 - 0.13)^2 + 0.6 \times (0 - 0.13)^2 + 0.3 \times (0.50 - 0.13)^2 = 0.0621 = 6.21\%$$

$$\sigma_B = \sqrt{0.0621} = 0.2492 = 24.92\%$$



לא ניתן לקבוע מה עדיף לפי תוחלת-שונות. כך למשל:
 לפרוייקט C תוחלת תשואה הגבוהה ביותר – אבל הסיכון הגבוה ביותר.
 לפרוייקט B תוחלת תשואה הנמוכה ביותר – אבל גם הסיכון הנמוך ביותר.

ב. מקדם ההשתנות של הפרוייקטים:

פרוייקט A :

$$C.O.V_A = \frac{\sigma_A}{E(R_A)} = \frac{0.12}{0.12} = 1$$

פרוייקט B :

$$C.O.V_B = \frac{\sigma_B}{E(R_B)} = \frac{0.06}{0.06} = 1$$

פרוייקט C :

$$C.O.V_C = \frac{\sigma_C}{E(R_C)} = \frac{0.2492}{0.13} = 1.92$$

לפי מקדם ההשתנות – פרוייקט A ו-B טובים יותר מ-C
 (לו יש מקדם השתנות הגבוה מבין 3 הפרוייקטים)

שאלה 27

נתונים שני נכסים בהם ניתן להשקיע.
להלן התפלגות התשואות של כל אחד מהם:

	נכס 2				נכס 1	
כמות מישקעים	הסתברות	תשואה (%)		מצב שוק	הסתברות	תשואה (%)
מועטה	0.30	16%		גאות	0.25	4%
בינונית	0.60	12%		ביניים	0.50	6%
רבה	0.10	8%		שפל	0.25	8%

קבע איזו השקעה עדיפה על פי:
א. קריטריון תוחלת שונות.
ב. קריטריון מקדם ההשתנות

פתרון:

א.

נכס 1:

$$E(R_1) = 0.25 \times 0.04 + 0.5 \times 0.06 + 0.25 \times 0.08 = 0.06 = 6\%$$

$$Var(R_1) = 0.25 \times (0.04 - 0.06)^2 + 0.5 \times (0.06 - 0.06)^2 + 0.25 \times (0.08 - 0.06)^2 = 0.0002$$

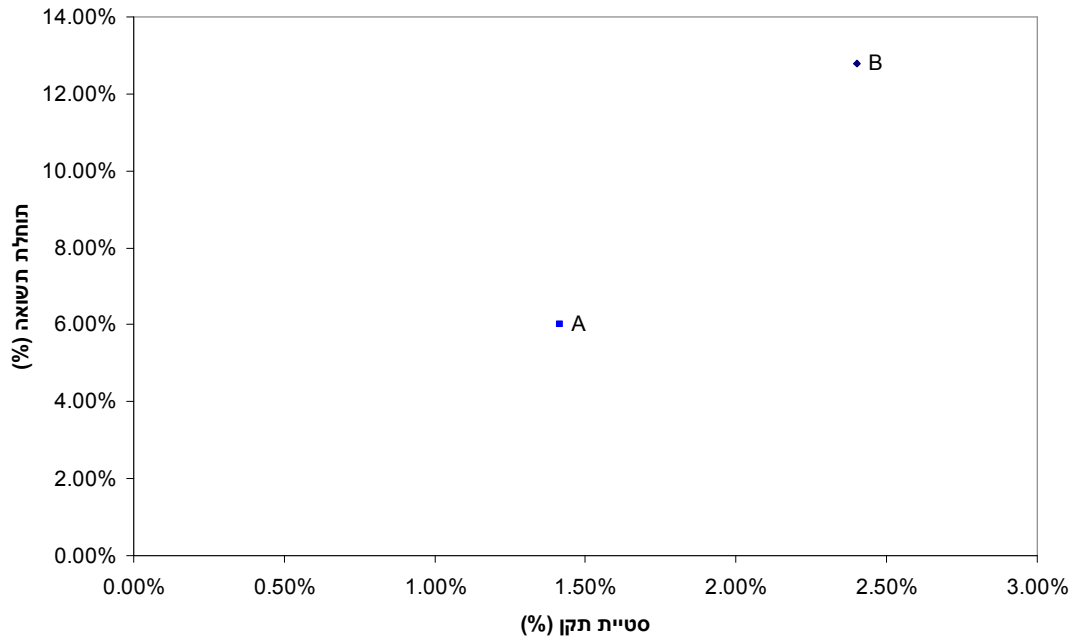
$$\sigma_A = \sqrt{0.0002} = 0.0141 = 1.41\%$$

נכס 2:

$$E(R_2) = 0.30 \times 0.16 + 0.6 \times 0.12 + 0.10 \times 0.08 = 0.128 = 12.8\%$$

$$Var(R_2) = 0.30 \times (0.16 - 0.128)^2 + 0.60 \times (0.12 - 0.128)^2 + 0.10 \times (0.10 - 0.128)^2 = 0.0006$$

$$\sigma_B = \sqrt{0.0006} = 0.024 = 2.4\%$$



לא ניתן לקבוע איזה מהפרוייקטים עדיף

ב. מקדם ההשתנות:

נכס 1:

$$C.O.V_1 = \frac{\sigma_1}{E(R_1)} = \frac{0.06}{0.0141} = 0.24$$

נכס 2:

$$C.O.V_2 = \frac{\sigma_2}{E(R_2)} = \frac{0.128}{0.024} = 0.19$$

לפי מקדם ההשתנות – עדיף נכס 2 – היות והסיכון ליחידת תשואה נמוך יותר.